Министерство образования и молодежной политики ЧР
ГОУ «Чувашский республиканский Институт образования»

КУРСОВАЯ РАБОТА

Параметры в школьном курсе математики. Элективный курс.

Выполнила учитель математики
МОУ СОШ № 29 г. Чебоксары
Морушкина Вера Васильевна

Чебоксары 2009

© *Сайт «Школьная математика»* *http://www.school-math.narod.ru/*

Оглавление

© *Сайт «Школьная математика»* *http://www.school-math.narod.ru/*

Пояснительная записка

Цель профильного обучения в старших классах - обеспечение углубленного изучения предмета и подготовка учащихся к продолжению образования.

В заданиях ЕГЭ по математике с развернутым ответом (часть С), а также с кратким ответом (часть В), встречаются задачи с параметрами.

Появление таких заданий на экзаменах далеко не случайно, т.к. с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений, уровень логического мышления учащегося и их математической культуры.

Решению задач с параметрами в школьной программе уделяется мало внимания. Большинство учащихся либо вовсе не справляются с такими задачами, либо приводят громоздкие выкладки. Причиной этого является отсутствие системы заданий по данной теме в школьных учебниках. Трудности при решении задач с параметрами обусловлены тем, что наличие параметра заставляет решать задачу не по шаблону, а рассматривать различные случаи, при каждом из которых методы решения существенно отличаются друг от друга.

В связи с этим возникла необходимость в разработке и проведении элективного курса для старшеклассников по теме: «Решение задач с параметрами».

Многообразие задач с параметрами охватывает весь курс школьной математики. Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

При проведении занятий на первое место выходят следующие формы организации работы: лекционно-семинарская, групповая и индивидуальная. Рекомендуемые методы работы: исследовательский и частично-поисковый. Задачи с параметрами дают прекрасный материал для настоящей учебно-исследовательской работы.

Задачи курса

1. Сформировать у учащихся устойчивый интерес к предмету;
2. Выявить и развить математические способности;
3. Подготовить к ЕГЭ и к обучению в вузе

Цель курса

1. Формировать у учащихся умения и навыки по решению задач с параметрами, сводящихся к исследованию линейных и квадратных уравнений, неравенств для подготовки к ЕГЭ и к обучению в вузе.
2. Изучение курса предполагает формирование у учащегося интереса к предмету, развитие их математических способностей, подготовку к ЕГЭ, централизованному тестированию и к вступительным экзаменам в вузы
3. Развивать исследовательскую и познавательную деятельность учащегося.
4. Обеспечить условия для самостоятельной творческой работы.

В результате изучения курса учащиеся должны

1. Усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств систем уравнений с параметрами.
2. Применять алгоритм решения уравнений, неравенств, содержащих параметр.
3. Проводить полное обоснование при решении задач с параметрами.
4. Овладеть навыками исследовательской деятельности.

Структура курса планирования учебного материала

Темы:

I. Первоначальные сведения. 2ч
II. Решения линейных уравнений, содержащих параметры. 2ч
III. Решения линейных неравенств, содержащих параметры. 2ч
IV. Квадратные уравнения и неравенства, содержащие параметры. 7ч
V. Свойства квадратичной функции в задачах с параметрами. 4ч
VI. Тригонометрия и параметры. 2ч
Иррациональные уравнения. 2ч
VII. Показательные и логарифмические уравнения, содержащие параметры.
Рациональные уравнения. 2ч
VIII. Производная и ее применения. 4ч
Графические приемы решения. 2ч
IX. Нестандартные задачи с параметрами. 6ч
- количество решений уравнений;
- уравнения и неравенства с параметрами с некоторыми условиями

X. Текстовые задачи с использованием параметра. 4 ч

Краткое содержание курса

I. Первоначальные сведения.

Определение параметра. Виды уравнений и неравенств, содержащие параметр. Основные приемы решения задач с параметрам.
Решение простейших уравнений с параметрами.

Цель: Дать первоначальное представление учащемуся о параметре и помочь привыкнуть к параметру, рассмотреть понятие «параметр», его существенный признак и двойственная природа, особенности записи ответов при решении заданий с параметром.

Примерное содержание.

Решить уравнение с параметром - это значит найти все те и только те значения параметра, при которых задача имеет решения.

Условимся считать, что параметры в уравнениях принимают действительные значения, в задачах с параметрами отыскиваются действительные решения.

Другими примерами равенств с параметрами могут служить общие виды функций, изучаемых в основной школе.

- линейная функция $y=kx+b$, (k, b - параметры, x, y- переменные);
- квадратичная функция $y= ax^2+bx+c$, где $a\neq0$ (a, b, c-параметры, x, y -переменные).

Задачи с параметрами мы встречаем и в геометрии. Уравнение окружности с центром в начале координат имеет вид $x^2 + y^2 = r^2$, где x, y- координаты точек - переменные, r- радиус окружности – параметр.

Моделируя различного вида задачи, можно получить различного вида уравнения, для которых нужно уметь выбирать ответы.

© *Сайт «Школьная математика» http://www.school-math.narod.ru/*

II. Решение линейных уравнений (и уравнений приводимых к линейным), содержащих параметр.

Общие подходы к решению линейных уравнений. Решение линейных уравнений, содержащих параметр.
Решение уравнений, приводимых к линейным.
Решение линейно-кусочных уравнений.
Применение алгоритма решения линейных уравнений, содержащих параметр.
Геометрическая интерпретация.
Решение системных уравнений.

Цель: Поиск решения линейных уравнений в общем, виде; исследование количества корней в зависимости от значений параметра.

Примерное содержание.

1. Алгоритм решения уравнений вида Ax=B.

Решением является любое действительное число	При A=0 и B=0
Нет решений	При A=0, $B \neq 0$
Единственное решение $x = \dfrac{B}{A}$	При $A \neq 0$

2. Рассмотреть примеры.

ПРИМЕР 1: Решить уравнение: $m(mx-1) = 3(mx-1)$

Решение.

Приведём данное уравнение к виду **Ax=B** и воспользуемся алгоритмом.

$m^2x - m = 3mx - 3,$

$m^2x - 3mx = m - 3,$

$\underbrace{m(m-3)}_{A}x = \underbrace{m-3}_{B}$

Рассмотрим случаи:

Если $m(m-3) \neq 0$, т.е. $m \neq 0$ и $m \neq 3$, то обе части уравнения разделим на $m(m-3)$. Получим $x = \dfrac{m-3}{m(m-3)}$, сократим дробь и получим **единственное решение уравнения:** $x = \dfrac{1}{m}$.

Если $m = 0$, то подставив это значение параметра в уравнение, получим $0 \cdot x = -3$ или $0 = -3$ - неверное числовое равенство, следовательно, данное уравнение **решений не имеет.**

Если $m = 3$, то подставив это значение параметра в уравнение, получим $0 \cdot x = 0$ или $0 = 0$ - верное числовое равенство, следовательно, решением данного уравнения является **любое действительное число.**

Ответ: при $m \neq 0$ и $m \neq 3$ - **единственное решение уравнения:** $x = \dfrac{1}{m}$

при $m = 0$ - **нет решений**

при $m = 3$ - **любое действительное число.**

ПРИМЕР 2: Решить уравнение: $(ав+2)x+a=2в+(в+2a)x$

Решение.

Приведём данное уравнение к виду **Ax=B** и воспользуемся алгоритмом.

$авx+2x+a=2в+вx+2ax,$

$авx+2x-вx-2ax=2в-a,$

$(ав+2-в-2a)x=2в-a,$

$\underbrace{(a-1)(в-2)}_{A}x=\underbrace{2в-a}_{B}.$

Рассмотрим случаи:

Если $(a-1)(в-2)\neq 0$, т.е. $a\neq 1$ и $в\neq 2$, тогда получим **единственное решение уравнения:** $x=\dfrac{2в-a}{(a-1)(в-2)}$**.**

Если $a=1$, то подставив это значение параметра в уравнение, получим $0\cdot x=2в-1$ Решение этого уравнения зависит от выражения, стоящего в правой части. Рассмотрим случаи: а) 2в – 1 = 0, т.е. $в=\dfrac{1}{2}$ то подставив это значение параметра в уравнение, получим $0\cdot x=0$- верное числовое равенство, следовательно, решением данного уравнения является **любое действительное число.**

в) $2в-1\neq 0$, т.е. $в\neq\dfrac{1}{2}$ то подставив это значение параметра в уравнение, получим $0\cdot x=2в-1$ или $0=2в-1$ - неверное числовое равенство, следовательно, данное уравнение **решений не имеет.**

3. Если $в=2$, то подставив это значение параметра в уравнение, получим $0\cdot x=4-a$ Решение этого уравнения зависит от выражения, стоящего в правой части.

Рассмотрим случаи: а) 4 – а = 0, т.е. $a=4$ то подставив это значение параметра в уравнение, получим $0\cdot x=0$- верное числовое равенство, следовательно, решением данного уравнения является **любое действительное число.**

в) $4-a\neq 0$, т.е. $a\neq 4$ то подставив это значение параметра в уравнение, получим $0\cdot x=4-a$ или $0=4-a$ - неверное числовое равенство, следовательно, данное уравнение **решений не имеет.**

4. Если $a=1$ и $в=2$, то подставив эти значения параметров в уравнение, получим $0\cdot x=3$- неверное числовое равенство, следовательно, данное уравнение **решений не имеет.**

Ответ: при $a\neq 1$ и $в\neq 2$ - **единственное решение уравнения:** $x=\dfrac{2в-a}{(a-1)(в-2)}$

при $a=1$, $в=\dfrac{1}{2}$ или $в=2$, $a=4$ - **любое действительное число**

при $a=1$, $в\neq\dfrac{1}{2}$ или $в=2$, $a\neq 4$ - **нет решений.**

III. Решение линейных неравенств, содержащих параметр.

Определение линейного неравенства.
Алгоритм решения неравенств.
Решение стандартных линейных неравенств, простейших неравенств с параметрами.
Исследование полученного ответа.
Обработка результатов, полученных при решении.

Цель: Выработать навыки решения стандартных неравенств и приводимых к ним, углубленное изучение методов решения линейных неравенств.

Примерное содержание.

1.На доске записаны следующие неравенства:

а) $3x > 9$	б) $-3x \geq 9$	в) $2x - 1 < 5$

Задание. Решите неравенства и запишите ответ.

2.Сформулируйте свойства неравенств, которые использованы при решении.

Неравенства вида ax≥b ax≤b, где a и b действительные числа или выражения, зависящие от параметров, а x – неизвестное, называются линейными неравенствами.

В зависимости от коэффициентов a и b решением линейного неравенства может быть либо неограниченный промежуток, либо числовая прямая, либо пустое множество.

3.. Решение линейных неравенств вида ax>b.

если a>0, то $x > \frac{b}{a}$.

если a<0, то $x < \frac{b}{a}$.

если a=0 и b<0, то $x \in R$.

Если a=0 и b≥0, то решений нет.

Пример 1. Решите неравенство ax>1.

1) если a>0, то $x > \frac{1}{a}$

2) если a<0, то $x < \frac{1}{a}$

3) если a=0, то решений нет.

4. Решение линейных неравенств вида ax<b.

если a>0, то $x < \frac{b}{a}$.

если a<0, то $x > \frac{b}{a}$.

если a=0 и b>0, то $x \in R$.

если a=0 и b≤0, то решений нет.

Пример 2. Решите неравенство ax<5.

1) если a>0, то $x < \frac{5}{a}$

2) если a<0, то $x > \frac{5}{a}$

3) если a=0, то $x \in R$.

5. Решение линейных неравенств вида ax≥b.

если a>0, то $x \ge \frac{b}{a}$.

если a<0, то $x \le \frac{b}{a}$.

если a=0 и b≤0, то $x \in R$.
если a=0 и b>0, то решений нет.

Пример 3. Решите неравенство ax≥4.

1) если a>0, то $x \ge \frac{4}{a}$

2) если a<0, то $x \le \frac{4}{a}$

3) если a=0, то решений нет.
6. Решение линейных неравенств вида ax ≤b

если a>0, то $x \le \frac{b}{a}$.

если a<0, то $x \ge \frac{b}{a}$.

если a=0 и b ≥0, то $x \in R$.
если a=0 и b<0, то решений нет.
Пример 4. Решите неравенство ax ≤6.

1) если a>0, то $x \le \frac{6}{a}$;

2) если a<0, то $x \ge \frac{6}{a}$;

3) если a=0, то $x \in R$.

7. Решить неравенства.
(m-1)x<5m

если m-1>0, т.е. m>1, то $x < \frac{5m}{m-1}$,

2 если m-1<0, т.е. m<1, то $x > \frac{5m}{m-1}$,

3. если m-1=0, т.е. m=1, то $x \in R$.

(a-1)x>6

если a-1>0, т.е. a>1, то $x > \frac{6}{a-1}$,

2. если a-1<0, т.е. a<1, то $x < \frac{6}{a-1}$,

3. если a-1=0, т.е. a=1, то решений нет.

При каких значениях параметра b уравнение $5x-7=4b$ имеет положительный корень?

Решение.

$5x=4b+7.$

$x=0{,}8b+1{,}4$ Так как корень x>0, то 0,8 b+14>0; 0,8 b>-14; b>-1,75.

Ответ: при b>-1,75

IV. Квадратные уравнения и неравенства, содержащие параметр.

Актуализация знаний о квадратном уравнении. Исследования количества корней, в зависимости от дискриминанта. Использование теоремы Виета. Исследование трехчлена.
Алгоритм решения уравнений.
Аналитический способ решения.
Графический способ.
Классификация задач, с позиций применения к ним методов исследования.

Цель: Формировать умение и навыки решения квадратных уравнений с параметрами.

Примерное содержание.

1.Повторить

Теорему Виета.

Тождество $\sqrt{a^2}=|a|$

Свойства функций $y(x)=\frac{x}{a}+\frac{a}{x}$ и $y(x)=ax(x^2+a^2)$

При каких значениях a, b, c и Д корни квадратного уравнения одного или разных знаков.

5.Выделение полного квадрата из квадратного трёхчлена.

2.Решить уравнения: 1)$ax^2+2x+4=0$,

2)$(a+3)x^2+2x(a+5)+2a+7=0$.

Ответ: 1) x=-2 при a=0; x=-4 при a=1/4; $\chi_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1-4a}}{2}$ при $a\in(-\infty;0)\cup(0;1/4)$; не имеет корней при a >1/4 .2) x=-1/4 при a=-3; x=1, x=-3/2 при a=-4,a=1; $\chi_{1,2}=\frac{-(a+5)\pm\sqrt{4-3a-a^2}}{a+3}$ при $a\in(-4;-3)\cup(-3;1)$; не имеет корней при $a\in(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$.

V. Свойства квадратичной функции в задачах с параметрами.

Область значений функции.
Область определения функции.
Монотонность. Координаты вершины параболы.

Цель: Познакомить с многообразием задач с параметрами.

Примерное содержание.

Квадратичная функция задаётся формулой $y=ax^2+bx+c$, где $a\neq 0,b,c$ - параметры, x и y- переменные. Графиком квадратичной функции является парабола.

Коэффициент a определяет направление ветвей параболы. Если $a>0$, то они направлены вверх, если $a<0$, то направлены вниз. Дискриминант квадратного трёхчлена $D=b^2-4ac$ определяет наличие и количество общих точек с осью Ох. Если $D<0$, то парабола не пересекает ось абсцисс. Если $D=0$, то парабола и ось имеют одну общую точку. Если $D>0$, то общих точек две.

Графический способ решения задач с параметрами является универсальным, а значит (обратная сторона любой универсальности), есть конкретные случаи, когда задачу можно решить несколько проще.

Пусть для функции $y=ax^2+bx+c$, где $a\neq 0,b,c$ - параметры, x и y — переменные. Числа x_1 и x_2 – нули функции, $D = b^2 - 4ac$, $D > 0$, $x_1 \le x_2$, $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ - абсцисса вершины параболы.

В этих задачах, как правило, требуется определить те значения параметра, при которых выполняется некоторое условие для расположения корней.

VI. Тригонометрия и параметр. Иррациональные уравнения.

Использование основных свойств тригонометрических функций в задачах с параметрами. Тригонометрические уравнения, содержащие параметр.
Тригонометрические неравенства, содержащие параметр.
Область значений тригонометрических функций.

Цель: Сформировать умение использования свойств тригонометрических функций при решении тригонометрических уравнений и неравенств с параметрами.
Исследование дробно-рациональных уравнений, содержащих параметры.

VII. Показательные и логарифмические уравнения, содержащие параметр. Рациональные уравнения.

Свойства степеней и показательной функции. Решение показательных уравнений и неравенств, содержащих параметры.
Свойства логарифмов и логарифмической функции. Решение логарифмических уравнений и неравенств с параметрами.
Цель: Сформировать умение решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметрами, рациональные уравнения

VIII. Производная и ее применение.

Касательная к функции.
Критические точки.
Монотонность.
Наибольшие и наименьшие значения функции.
Построение графиков функций.

Цель: Познакомить учащихся с типом задач с параметрами на применение методов дифференциального исчисления.

IX. Нестандартные задачи.

Уравнения высших степеней. Теорема Безу. Симметрические уравнения. Система однородных уравнений и приводящиеся к ним. Аналитические способы решения уравнений высших степеней с параметрами. Графический способ решения уравнений высших степеней с параметром

X. Текстовые задачи с использованием параметра.

Задачи физического содержания. Задачи на объемные доли и концентрации вещества. Задачи на проценты.

В этом разделе формируются навыки решения текстовых задач.

Планирование

(34 часа)

№ урока	Тема
1	Основные понятия уравнений с параметрами
2	Основные понятия неравенств с параметрами
3-4	Уравнения с параметрами (первой степени)
5-6	Неравенства с параметрами (первой степени)
7-11	Уравнения с параметрами (второй степени)
12-14	Неравенства с параметрами (второй степени)
15-16	Рациональные уравнения с параметрами
17-18	Графические приемы при решении
19-20	Свойства квадратичной функции
21-23	Текстовые задачи с использованием параметра
24-25	Иррациональные уравнения с параметрами
26-28	Параметр и количество решений уравнений, неравенств и их систем
29-30	Уравнения и неравенства с параметрами с различными условиями
31-32	Нестандартные задачи
33	Итоговая контрольная работа по курсу
34	Защита индивидуальных проектов

© Сайт «Школьная математика» *http://www.school-math.narod.ru/*

Заключение

Введение элективного курса «Решение задач с параметрами» необходимо учащимся в наше время, как при подготовке к ЕГЭ, так и к вступительным экзаменам в вузы. Владение приемами решения задач с параметрам можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

Решение задач, уравнений с параметрами, открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применяемых в исследованиях и на любом другом математическом материале. Именно такие задачи играют большую роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников, Поэтому учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, успешно справляются с другими задачами.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Решить уравнение: $ax = 1$
2. Решить уравнение: $(в - 3)x = 6$
3. Решить уравнение: $(6 - a)x = 5a - 2x$
4. Решить уравнение: $a(x + 1) + 3 = 2a - 5$
5. Решить уравнение: $ax - 3 = в$
6. Решить уравнение: $4 = a - (вx - 1)$
7. Решить уравнение: $ax + в - \dfrac{3x + 2aв}{3} = \dfrac{1}{2}$
8. Решить уравнение: $a^2x - 2a^2 + 3 = x + a$
9. Решить уравнение: $\dfrac{2(a+1)x}{a} = 3(x + 1) + \dfrac{7}{a}$
10. Решить уравнение: $mx - \dfrac{3x}{m} - m = 7 - \dfrac{8}{m} - 2x$
11. При каких значениях параметра *в* уравнение $(x - в + 1)^2 = 2x + 6в + (x + в - 1)^2$:

    а) имеет бесконечно много корней; в) имеет корень, равный единице;
    б) не имеет корней; г) имеет ненулевые корни?
12. При каких значениях *a* уравнение $9 - ax = 3(6 + x)$ имеет:

    а) только положительные корни; б) только отрицательные корни?
13. Решить уравнение: $3xy - 5x + 5y = 7$:

    а) относительно x и найдите значение параметра, при котором корень равен нулю;

    б) относительно y и найдите значение параметра, при котором корень равен единице?
14. При каких значениях параметра *в* число 1 является корнем уравнения $вx - 4 = 2x + 7$?
15. При каких значениях параметра *a* уравнение $(a^2 - 4)x = a + 2$ имеет корни не равные 3?
16. Решить уравнение $x^2 + a^2 - 1 = 0$.

    Ответ: при $|a| > 1$ корней нет, при других *a* $x = \pm\sqrt{1 - a^2}$.
17. Решить уравнение $ax^2 - x + 3 = 0$.

    Ответ: при $a=0$ x=3, при $a = \dfrac{1}{12}$ x=6, при $a > \dfrac{1}{12}$ корней нет, при других *a* $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 12a}}{2a}$.
18. Решить неравенство $ax^2 + (a+1)x + 1 > 0$ при различных значениях *a*.

    Ответ: при $a=0$ $x>-1$; при $a=1$ x Є $(-\infty; -1)$U$(-1; +\infty)$, при $a>1$ x Є $(-\infty; -1)$U$(-1/a; +\infty)$,
    при $a<0$ x Є $(-1; -1/a)$; при a Є $(0;1)$ x Є $(-\infty; -1/a)$U$(-1; +\infty)$.
19. При каких значениях параметра *a* неравенство $x^2 + ax + 1 < 0$ не имеет решений?

    Ответ: aЄ$[-1;1]$.
20. Решить неравенство $x^2 - 4ax + 9 \le 0$.

    Ответ: при $|a| > 1{,}5$ решений нет, при $a=1{,}5$ x=3, при $a=-1{,}5$ x=-3, при других *a* x϶$[2a - \sqrt{4a^2 - 9};\ 2a + \sqrt{4a^2 - 9}]$.

21. При каком значении параметра *a* система $\begin{cases} x^2+y^2=a^2, \\ (x-y)^2=16 \end{cases}$ имеет ровно два решения?

Ответ: $a=2\sqrt{2}$.

22. Решить неравенство $x^2 - 2ax + 1>0$ для всех значений параметра *a*.

Ответ: при $|a|>1$ $x \in R$,

при $a=1$ $x \in R$, где $x \neq 1$,

при $a=-1$ $x \in R$, где $x \neq -1$,

при $-1<a<1$ $x \in (-\infty;-\sqrt{a^2-1})\cup(a+\sqrt{a^2-1}; +\infty)$.

23. При каких значениях *a* неравенство $ax^2 +4ax +a+3<0$ выполняется для всех действительных значений x?

Ответ: $a \in (-\infty; -4)$.

24. При каких значениях параметра *m* двойное неравенство

$-6<\dfrac{2x^2+mx-4}{x^2-x+1}<4$ выполняется при всех действительных значениях x?

Ответ: $m \in (-2; 4)$.

Литература

1. Агалаков.С.А Математика. Единый экзамен- 2004. Часть С. Омск; НОУ НОК Образование плюс, 2004.
2. Азаров А.И., Барвенов С.А., Федосеенко В.С. Методы решения задач с параметрами. Минск: Аверсэв, 2003.
3. БашмаковМ., Резник Н. Задачник по алгебре для 7класса общеобразователь-ной школы. Санкт – Петербург, 2001.
4. Галицкий М.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И.. Сборник задач по алгебре. 8-9кл. М.: Просвещение, 1994.
5. Горбачев В.И. Методы решения уравнений и неравенств с параметрами, Брянск, 1999
6. Горнштейн П.И. Задачи с параметрами. - М.: Гимназия, 2002.
7. ГорнштейнП.И., Полонский В.Б., Якир М.С.. Задачи с параметрами. Илекса. Гимназия. Москва- Харьков, 2002.
8. Далингер В.А.. Всё для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике, выпуск 4. ОГПИ, Омск, 1995.
9. Евсеева А.И.. Уравнения с параметрами.// ж. «Математика в школе», 2003, №7.
10. Ерина Т.М.. Линейные и квадратные уравнения с параметром.// ж. «Матема-тика для школьников», 2004, №2.
11. Крамор В.С. Математика. Типовые примеры на вступительных экзаменах. - М.: Аркти, 2000.
12. Крамор В.С. Примеры с параметрами и их решение. Аркти, Москва, 2000.
13. Математика для поступающих в вузы //Сост. Тырымов А.А.. – Волгоград: Учитель, 2000.
14. Математика. Задачи Сканави М.И. – Минск 1998г.
15. Математика. «Первое сентября».№ 4, 22, 23-2002 г; №12,38-2001 г
16. Материалы по подготовке к ЕГЭ 2001-2008 г
17. Мочалов В.В. Сильвестров В.В. Уравнения и неравенства с параметрами: Чебоксары – Издательство Чувашского университета, 2006.
18. Нырко В.А.,Табуева В.А. Задачи с параметрами. - Екатеринбург; УГТУ,2001.
19. Потапов М.К., Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Уравнения и неравенства с параметрами. Издат МГУ, 1992г
20. Е.М. Родионов. Справочник по математике для поступающих в ВУЗы. Изд – во МЦ «Аспект», 1992.
21. Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами. – М. Просвещение, 1988г
22. Ю.Ф. Фоминых. Прикладные задачи по алгебре для 7-9 классов. М.: Просве-щение, 1999.
23. А.В. Шевкин. Задачи с параметром. Линейные уравнения и их системы. 8-9 классы. М.: Русское слово, 2003.
24. Тысяча и один пример. Под ред. О.М. Назаренко, Л.Д. Назаренко. Изд – во «Слобожаницина», 1994.
25. 514 задач с параметрами. Под ред. С.А. Тынянкина. Волгоград, 1991.