

Решение однородных уравнений второй степени

Учитель Морушкина В.В.
МОУ «СОШ № 29» г. Чебоксары

Решить уравнение

$$6x^2 + 7x\sqrt{1+x} = 24(1+x).$$

- *Если не знаешь
с чего начать,
начни сначала.*

Л. Кэрролл

Решить уравнение

$$6x^2 + 7x\sqrt{1+x} = 24(1+x).$$

Решение. Перенесем $24(1+x)$ в левую часть и разделим почленно на $(1+x)$.

Получим

$$6\frac{x^2}{x+1}+7\frac{x}{\sqrt{1+x}}-24=0.$$

Обозначим через $t = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$. Получаем
уравнение $6t^2+7t-24=0$.

Решим квадратное уравнение
относительно переменной t и найдем

$$t_1 = \frac{3}{2} \text{ и } t_2 = -\frac{8}{3}.$$

Вернемся к переменной x и получим
два иррациональных уравнения:

1) $\frac{x}{\sqrt{1+x}} = \frac{3}{2}$, $3\sqrt{1+x} = 2x$. Возведем

обе части этого уравнения в квадрат при условии $x \geq 0$.

Решим уравнение $4x^2 - 9x - 24 = 0$.

Тогда $x_1 = 3$ и $x_2 = -\frac{3}{4}$ (посторонний корень).

2) $\frac{x}{\sqrt{1+x}} = -\frac{8}{3}$. Решив уравнение

$9x^2 - 64x - 64 = 0$ при условии $x \leq 0$,

получим $x_3 = -\frac{8}{9}$, $x_4 = 8$

(посторонний корень).

Ответ: $-\frac{8}{9}$; **3.**

Тема урока. Решение однородных уравнений второй степени.

Цель. Научиться распознавать однородные уравнения среди других уравнений и научиться находить их решения.

- *Определение.* Уравнение вида $a \cdot u^2 + b \cdot uv + c \cdot v^2 = 0$, где u и v зависят от x , называется однородным уравнением второй степени.
- Делением на v^2 уравнение приводится к квадратному относительно $t = u/v$.

Выяснить, являются ли однородными второй степени уравнения:

- 1. $3x^2 + 2xy + y^2 = 17$;
- 2. $x^2 + 2xy + 3y^2 = 11$;
- 3. $2y^2 + 7y + 2 = 0$;
- 4. $3x^2 + 2xy + y^2 = 0$;

- **5. $2 \cdot 4^n - 3 \cdot 10^n - 5 \cdot 25^n = 0;$**
- **6. $2^{n+4} + 2^{n+2} = 5^{n+1} + 3 \cdot 5^n;$**
- **7. $4\sin^2 x - 5\sin x \cos x - 6\cos^2 x = 0.$**